

# 淺談資源班「數學錯誤類型分析」的教學應用

陳依涵  
彰化縣員林國小

## 壹、前言

「我真希望世界上沒有數學！」資源班的小潔這樣說出心中的感受。數學對部分資源班學生而言如洪水猛獸一般，讓他們恐懼、害怕甚至直接逃避。根據筆者實際教學經驗發現根本原因在於「成就感」，因為他們老是拿低分於是漸漸變得自暴自棄、放棄學習。因此如果能迅速的找出學生錯誤原因立即糾正和給予練習，讓學生答對率提高，相信能直接給予學生成就感，讓學生對自己有信心，也能提高學生學習動機與改變態度。

迅速找出學生錯誤原因可透過錯誤類型分析（error analysis）的方法。數學錯誤類型分析是指透過學生的工作樣本，例如：學習單、計算紙、考試試卷，分析出學生在解決數學問題中產生非常一致性的錯誤類型（McLoughlin & Lewis, 2005；郭正仁，2001）。透過錯誤類型分析能有效和精確指出學生特定的學習問題，教師因此可針對此問題進行教學與校正，方能有效的提高學習成

效。

## 貳、常見的數學錯誤類型與糾正策略

教師應用錯誤類型分析於教學之前必須先瞭解學生常犯的錯誤類型為何，才能夠知己知彼百戰百勝。錯誤類型可大致區分為系統性錯誤或隨機錯誤。系統性錯誤是穩定的錯誤，學生遇到相同的狀況都會出錯，而且屢試不爽，這才是教師真正要找出的錯誤。根據 Ashlock（2002）與實際教學經驗歸納出學生在計算過程中容易犯的錯誤和糾正策略說明：

### 一、加法：

加法常犯的錯誤是進位時忘了加上十進位（見例 1），或擺位錯誤，把個位放到十位位置（見例 2），此時教師可以在十進位上方畫上小格子或利用格線協助學生進位時的擺位，待學生能力穩定後才撤除，（見附錄一）；另一種可能是加、減混淆（見例 3），此時教師應該重新釐清加、減概念，透過畫圖、實際操作辨別兩者之不同。

$$\begin{array}{r} (1) \quad 15 \\ + 9 \\ \hline 114 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad 15 \\ + 9 \\ \hline 105 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} (3) \quad 15 \\ + 2 \\ \hline 13 \end{array}$$

## 二、減法：

最常犯得錯誤是大數減去小數，不管被減數與減數之間的關係（見圖 4），教師可以透過口訣「上減下」強調被減數與減數關係，或加強指導是否借位的觀念。其次可能

$$(4) \quad \begin{array}{r} 55 \\ - 9 \\ \hline 54 \end{array}$$

$$(5) \quad \begin{array}{r} 95 \\ -5 \\ \hline 45 \end{array}$$

$$(6) \quad \begin{array}{r} 15 \\ + 2 \\ \hline 17 \end{array}$$

是減法擺位錯誤（見例 5），可以使用格線來協助擺位。另一種可能是加減混淆（見例 6），此時教師應該重新釐清加、減概念，除了畫圖、操作也可以透過「愈加愈多、愈減愈少」口訣是檢視答案是否合理。

## 三、乘法：

學習乘法的要點是由右往左依序相乘（見例 7），學生很容易就由左往右，可以透過顏色區分或口訣「右右 man，從右開始」協助記憶。進位問題也是學生常錯誤（例 8、例 9），教師可以透過在百位上劃上小格

$$(7) \quad \begin{array}{r} 42 \\ \times 2 \\ \hline 48 \end{array}$$

$$(8) \quad \begin{array}{r} 95 \\ \times 5 \\ \hline 4525 \end{array}$$

$$(9) \quad \begin{array}{r} 95 \\ \times 5 \\ \hline 455 \end{array}$$

$$(10) \quad \begin{array}{r} 45 \\ \times 15 \\ \hline 225 \\ 45 \\ \hline 270 \end{array}$$

子提醒學生進位位置或是請學生用手指比需進位的十位數，例 9 則是手比著 2，等學生  $5 \times 9 = 45$  之後再把手中的 2 加起來；另一種可能發生於多位乘法的擺位，此必須透過格線或顏色標示讓學生正確擺位。

## 四、除法：

學生一開始把被除數與除數兩者相乘（見例 11），教師可以在除數 2 的上方寫上  $\times$ ，提醒學生是求  $2 \times (\quad) = 4$ ，或是把 99 乘法中的乘數挖空，讓學生練習填入乘數的能力，如  $9 \times (\quad) = 54$ ；另一種錯誤是擺位錯誤，此時可以在利用格子或顏色讓學生正確擺位；除法的規則是一次放一個位數，學生可能一次放兩個（見例 13），因此可以使用

$$(11) \quad \begin{array}{r} 48 \\ 2 \overline{) 24} \end{array}$$

$$(12) \quad \begin{array}{r} 3 \\ 8 \overline{) 24} \end{array}$$

$$(13) \quad \begin{array}{r} 370 \\ 7 \overline{) 2149} \\ \underline{2100} \\ 49 \\ \underline{49} \\ 0 \end{array}$$

$$(14) \quad \begin{array}{r} 99 \\ 2 \overline{) 368} \\ \underline{18} \\ 188 \\ \underline{18} \\ 170 \end{array}$$

格版或口訣「一次一個」讓學生熟練規則。另一種常見的錯誤是商的倍數選擇錯誤（見例 14），此題應該看 3 即可，可是學生要看 36，這類的錯誤發生的頻率很高。可以採用的作法辨別除數與第一個數字的大小，除數比較大則看兩位，除數比較小則看一位，這題 3 比 2 大，所以一次看一個即可，另一種作法是透過餘數判別，此題 18 的於是大於 2 所以不可能，則改為一次看一個位數。

數學錯誤類型會因學生不同而有不同組型出現，不是每一位學生都有相同的錯誤類型，因此在分析學生錯誤類型時必須兼顧個別化的不同，才能找出正確的錯誤類型和產生原因，教師可以利用錯誤類型分類表（附錄二）來歸納學生錯誤類型與使用糾正策略，而且同類型的數學錯誤會因學生的不同而需用不同的糾正策略，此表格也能激發教師思考各種不同的糾正策略。

### 參、錯誤類型在數學教學上的運用：

根據實際教學經驗與 Enright, Gable 和 Hendrickson 於 1988 年提出診斷與補救數學計算錯誤的方法（引自 Tayler, 2006），歸納整理出七項步驟，透過此七項步驟能讓教師更清楚如何將錯誤類型應用在數學教學中。

#### 一、蒐集樣本

瞭解學生數學錯誤類型如同柯南辦案一樣，要先蒐集證據，也就是蒐集學生的工作樣本，而學習單是資源班最容易蒐集到的資料，或者是計算紙上的過程都是珍貴的資料。所蒐集學生到的樣本必須包含 3-5 項的技能的組合。例如想瞭解學生加法的能力，所設計的樣本題目中必須包含無須進位和需進位的加法，加數與被加數的位值大小以及 0 的概念。

#### 二、訪問學生

柯南找到證據之後，相關證人的說詞也是影響案情的關鍵。因此教師可以訪談學生更確定錯誤原因，過程主要讓學生說出自己解題過程與順序，也就是診斷訪談（diagnostic interview），類似於放聲思考（think-aloud procedure）。不過由於資源班的

學生可能無法說出自己解題的過程，因此教師可以替代採用選擇題的方式，給予學生選項，讓學生選擇自己解題過程。訪談學生的價值在於確認學生錯誤原因，以便日後可以針對問題對症下藥。

#### 三、分析錯誤和確認錯誤類型

此步驟先分析學生錯誤，並將學生錯誤歸類成同一類型。教師可利用錯誤類型分類表（error chart，見附錄二），橫軸為錯誤與校正策略，縱軸為錯誤類型分類。利用錯誤類型分類表能快速的幫助教師指出學生主要的錯誤類型以利校正。

#### 四、指出學生錯誤

學生很多時候並不知道自己錯誤和盲點在哪裡。因此教師必須「明確」指出學生錯誤，而語氣必須和緩，避免帶給學生負面的情緒。

#### 五、選擇校正策略與示範

當學生清楚知道自己錯誤地方，教師必須要選擇校正的程序，並示範正確的解題作法，而校正策略不能只有一種方法，可以採用多種方法並用，例如學生加法擺位錯誤（見例二），則教師可以利用格線讓學生學習正確擺位，再加上個位數用紅色、十位用綠色的顏色的區辨，讓學生更清楚的加法擺位。

#### 六、提供適當練習

教師必須提供一系列題目讓學生練習所學得的正確技能。練習初期教師宜在旁採用引導練習方式，教師逐步引導學生正確反應後，當學生技能穩固後則可以讓學生獨立練習。

## 七、評量學生表現

評量學生表現之前，教師必須瞭解測驗題目內容是以標準參照測驗為主，是以精熟不精熟當作通過標準，並非與同儕相比較，最主要的目的是瞭解學生是否已經修正錯誤。教師決定好精熟標準之後，則可進行評量以確認學生是否能正確作答。若學生無法通過精熟標準則必須再次找出錯誤的原因，再重複循環此七步驟，直到學生通過精熟標準。

## 肆、結語：

錯誤多半帶給人負面的感受，不過對教師而言錯誤卻是非常有價值。教師能從學生的錯誤中知道學生解題歷程和錯誤原因，才能讓教師在補救教學的過程中真正對症下藥。因此，教師必須重視學生的錯誤解答，小小一個錯誤卻蘊含很深的意義。

錯誤類型分析優點是簡單且方便，再加上數學科目多以紙筆呈現，這讓教師使用錯誤類型上容易上手。教師若瞭解數學的錯誤類型，能在教學前針對可能發生的錯誤作預防教學，以避免錯誤產生，例如學生可能在加法擺位會放錯，所以教師在教學時直接讓學生在格線中練習擺位，直接避免這項錯誤產生。對資源班教師而言，數學錯誤類型分析除了提供教師有關學生的學習結果之外，也促使教師針對學生「個別化」進行教學，達到特殊教育的目標-個別化的教學（Rodatz, 1979）。

## 伍、參考資料：

### 一、中文部分

郭正仁（2001）。高雄市國二生多項式四則運算錯誤類型之研究。國立高雄師範大學數學教育研究所碩士論文，未出版，高雄。

### 二、英文部分

Asholck, R. (2002). *Error patterns in computation* (8<sup>th</sup>). New Jersey: Prentice-Hall.

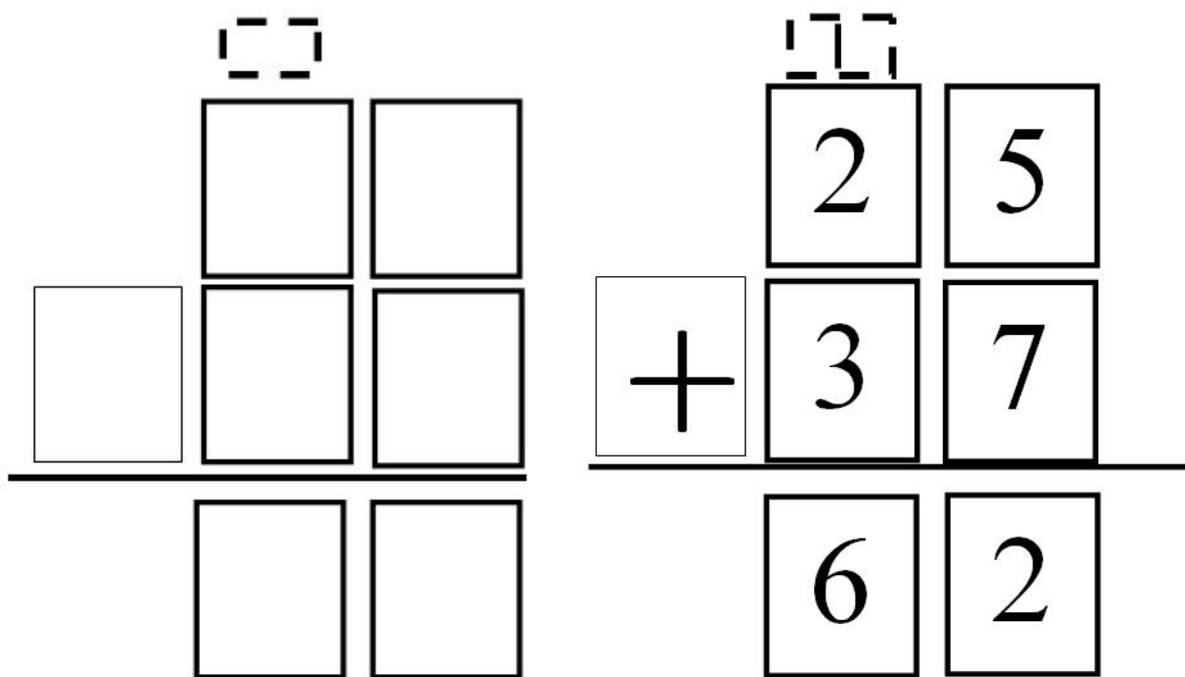
McLoughlin, J. A., & Lewis, R.B. (2005). *Assessing students with special needs* (6<sup>th</sup>). Boston: Pearson /Allyn and Bacon.

Taylor, R. L.(2006). *Assessment of exceptional students: Eudcational and psychological procedures*(7<sup>th</sup>). Boston: Pearson /Allyn and Bacon.

Radatz, H.(1979). Error analysis mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education.* , 10, 163-172.



附錄一：格版範例



附錄二：

	錯誤類型	校正策略（一）	校正策略（二）
加	$\begin{array}{r} 15 \\ + 9 \\ \hline 114 \end{array}$	小格子輔助 $\begin{array}{r} \boxed{1} 15 \\ + 9 \\ \hline 24 \end{array}$	手指輔助：手比 1 $\begin{array}{r} 15 \\ + 9 \\ \hline 24 \end{array}$